

# CS 245E DEDUCTION RULES FOR PROPOSITIONAL LOGIC – QUICK REFERENCE GUIDE

**PR** (Premise)

|      |        |    |
|------|--------|----|
| $n.$ | $\phi$ | PR |
|------|--------|----|

**R** (Re-iteration)

|      |        |       |
|------|--------|-------|
| $m.$ | $\phi$ |       |
| $n.$ | $\phi$ | R $m$ |

**AS** (Assumption)

|      |        |    |
|------|--------|----|
| $n.$ | $\phi$ | AS |
|------|--------|----|

**$\wedge$ I**

|      |                      |                   |
|------|----------------------|-------------------|
| $k.$ | $\phi$               |                   |
| $l.$ | $\psi$               |                   |
| $n.$ | $(\phi \wedge \psi)$ | $\wedge$ I $k, l$ |

**$\wedge$ E (left)**

|      |                      |                |
|------|----------------------|----------------|
| $m.$ | $(\phi \wedge \psi)$ |                |
| $n.$ | $\phi$               | $\wedge$ E $m$ |

**$\wedge$ E (right)**

|      |                      |                |
|------|----------------------|----------------|
| $m.$ | $(\phi \wedge \psi)$ |                |
| $n.$ | $\psi$               | $\wedge$ E $m$ |

**$\vee$ I (left)**

|      |                    |              |
|------|--------------------|--------------|
| $m.$ | $\phi$             |              |
| $n.$ | $(\phi \vee \psi)$ | $\vee$ I $m$ |

**$\vee$ I (right)**

|      |                    |              |
|------|--------------------|--------------|
| $m.$ | $\psi$             |              |
| $n.$ | $(\phi \vee \psi)$ | $\vee$ I $m$ |

**$\vee$ E**

|      |                    |                        |
|------|--------------------|------------------------|
| $i.$ | $(\phi \vee \psi)$ |                        |
| $j.$ | $\phi$             | AS                     |
| $k.$ | $\theta$           |                        |
| $l.$ | $\psi$             | AS                     |
| $m.$ | $\theta$           |                        |
| $n.$ | $\theta$           | $\vee$ E $i, j-k, l-m$ |

**$\rightarrow$ I**

|      |                           |                       |
|------|---------------------------|-----------------------|
| $k.$ | $\phi$                    | AS                    |
| $l.$ | $\psi$                    |                       |
| $n.$ | $(\phi \rightarrow \psi)$ | $\rightarrow$ I $k-l$ |

**$\rightarrow$ E**

|      |                           |                        |
|------|---------------------------|------------------------|
| $k.$ | $(\phi \rightarrow \psi)$ |                        |
| $l.$ | $\phi$                    |                        |
| $n.$ | $\psi$                    | $\rightarrow$ E $k, l$ |

**$\leftrightarrow$ I**

|      |                               |                            |
|------|-------------------------------|----------------------------|
| $k.$ | $(\phi \rightarrow \psi)$     |                            |
| $l.$ | $(\psi \rightarrow \phi)$     |                            |
| $n.$ | $(\phi \leftrightarrow \psi)$ | $\leftrightarrow$ I $k, l$ |

**$\leftrightarrow$ E (forward)**

|      |                               |                         |
|------|-------------------------------|-------------------------|
| $m.$ | $(\phi \leftrightarrow \psi)$ |                         |
| $n.$ | $(\phi \rightarrow \psi)$     | $\leftrightarrow$ E $m$ |

**$\leftrightarrow$ E (reverse)**

|      |                               |                         |
|------|-------------------------------|-------------------------|
| $m.$ | $(\phi \leftrightarrow \psi)$ |                         |
| $n.$ | $(\psi \rightarrow \phi)$     | $\leftrightarrow$ E $m$ |

**$\neg$ I**

|      |            |                |
|------|------------|----------------|
| $k.$ | $\phi$     | AS             |
| $l.$ | $\perp$    |                |
| $n.$ | $\neg\phi$ | $\neg$ I $k-l$ |

**$\neg$ E**

|      |            |                 |
|------|------------|-----------------|
| $k.$ | $\phi$     |                 |
| $l.$ | $\neg\phi$ |                 |
| $n.$ | $\perp$    | $\neg$ E $k, l$ |

**Reductio Ad Absurdum**

|      |            |           |
|------|------------|-----------|
| $k.$ | $\neg\phi$ | AS        |
| $l.$ | $\perp$    |           |
| $n.$ | $\phi$     | RAA $k-l$ |

**$\perp$ E**

|      |         |               |
|------|---------|---------------|
| $m.$ | $\perp$ |               |
| $n.$ | $\phi$  | $\perp$ E $m$ |