

تمارين على انشاء المثلثات (تمارين تخطيطية)

١ ارسم مثلثا أطوال أضلاعه $٧,٥$ من السنتيمترات، $٦,٢$ من السنتيمترات، $٥,٣$ من السنتيمترات ثم ارسم وقس الأعمدة النازلة من رؤوسه على الأضلاع المقابلة لها

[تنبيه - هذه الأعمدة تتقاطع في نقطة واحدة اذا رسمت بالدقة كما سيتبين بعد في الصفحة ٢٢٦]

٢ ارسم المثلث abc الذي فيه $a = ٦$ سنتيمترات، $b = ٥$ سنتيمترات، $c = ٤$ من السنتيمترات ثم نصف bc بمستقيم يقابل القاعدة في s وقس bs (لأقرب مليمتراً) واستخرج مقدار $\frac{bs}{s}$ الى رقم واحد عشري وقارن الناتج بمقدار $\frac{1}{2}$

٣ مزرعة على شكل مثلث طول ضلعين من أضلاعه ٣١٥ متراً، ٢٦٠ متراً والزاوية المحصورة بينها تساوي ٥٢٩ والمطلوب رسم شكل (مقياس رسمه سنتيمتر لكل ٥٠ متراً) وإيجاد طول الضلع الثالث بواسطة القياس

٤ قطعة أرض على شكل مثلث مثل abc قاعدته $bc = ٧٥$ متراً، $ab = ٥٤٧$ ، $ac = ٥٦٨$ والمطلوب رسم شكل لذلك (مقياس رسمه سنتيمتر لكل ١٠ أمتار) وإيجاد مقدار bc بدون أن تقاس وطول كل من الضلعين الآخرين بواسطة القياس وكذلك العمود النازل من a على bc

٥ خرجت سفينة من ميناء متجهة نحو الشمال الشرقي بسرعة ٩ كيلومترات في الساعة وبعد ٢٠ دقيقة غيرت اتجاهها نحو الشمال الغربي وسارت مدة ٣٥ دقيقة بالسرعة نفسها فما بعدها الآن عن الميناء وإذا ارادت الرجوع فأى اتجاه (على وجه التقريب) تتجه إليه في سيرها. ضع لذلك خريطة مقياس رسمها سنتيمتران لكل كيلومتر

٦ ارسم مثلثاً قائم الزاوية وتره $ab = ١٠,٦$ من السنتيمترات وضلعه $ac = ٥,٦$ من السنتيمترات ثم قس مقدار الضلع الثالث bc واستخرج مقدار $\frac{bc}{ab}$ وقارن المقدارين

٧ ارسم مثلثاً فيه $ab = ٥,٤$ والضلع $bc = ٥,٥$ من السنتيمترات، $ac = ٨,٥$ من السنتيمترات وبين أن للمسألة حلين ثم قس كلا من مقداري a في المثلثين الحادئين ومقداري bc وبين أن مقدارها في أحدهما يكمل مقدارها في الآخر

٨ في المثلث abc الزاوية $a = ٥٠$ والضلع $bc = ٦,٥$ من السنتيمترات، ويراد رسم مثلث فيه (أولاً) $c = ٧$ سنتيمترات و(ثانياً) $a = ٦$ سنتيمترات و(ثالثاً) $b = ٥$ سنتيمترات و(رابعاً) $c = ٤$ سنتيمترات. بين بالرسم كل الحلول الممكنة في كل حالة

٩ طريقان متعامدان في a تقطعهما ترعة مستقيمة أحدهما في b والآخر في c حيث أقيمت في كل منهما قنطرة فإذا كانت المسافة بين القنطرتين b ، هي ٤٦١ متراً والمسافة بين ملتقى الطريقين a والقنطرة b هي ٢٦١ متراً فإنه يطلب وضع رسم يمكن به معرفة طول المسافة من a إلى c بالقياس

تمارين على انشاء المثلثات (تمارين تخطيطية)

- ١ ارسم مثلثا أطوال أضلاعه ٧,٥ من السنتيمترات ٦,٢ من السنتيمترات ٥,٣ من السنتيمترات ثم ارسم وقس الأعمدة النازلة من رؤوسه على الأضلاع المقابلة لها .
[تنبيه — هذه الأعمدة تتقاطع في نقطة واحدة اذا رسمت بالدقة كما سيتبين بعد في صفحة ٢٢٦]
- ٢ ارسم المثلث ABC الذي فيه $AB = ٦$ سنتيمترات $BC = ٥$ سنتيمترات $AC = ٥$ من السنتيمترات ثم نصف AB بمستقيم يقابل القاعدة في C وقس BC في D (الأقرب مليمتر) واستخرج مقدار $\frac{CD}{BC}$ الى رقم واحد عشري وقارن الناتج بمقدار $\frac{1}{2}$
- ٣ مزرعة على شكل مثلث طول ضلعين من أضلاعه ٣١٥ مترا ٢٦٠ مترا والزاوية المحصورة بينهما تساوي ٣٩° والمطلوب رسم شكل (مقياس رسمه سنتيمتر لكل ٥٠ مترا) وإيجاد طول الضلع الثالث بواسطة القياس
- ٤ قطعة أرض على شكل مثلث مثل ABC قاعدته $BC = ٧٥$ مترا $AB = ٤٧^\circ$ $AC = ٦٨^\circ$ والمطلوب رسم شكل لذلك (مقياس رسمه سنتيمتر لكل ١٠ أمتار) وإيجاد مقدار AD بدون أن تقاس وطول كل من الضلعين الآخرين بواسطة القياس وكذلك العمود النازل من A على BC
- ٥ خرجت سفينة من ميناء متجهة نحو الشمال الشرقي بسرعة ٩ كيلومترات في الساعة وبعد ٢٠ دقيقة غيرت اتجاهها نحو الشمال الغربي وسارت مدة ٣٥ دقيقة بالسرعة نفسها فما بعدها الآن عن الميناء واذا ارادت الرجوع فأى اتجاه (على وجه التقريب) نتجه اليه في سيرها . ضع لذلك خريطة مقياس رسمها سنتيمتران لكل كيلومتر
- ٦ ارسم مثلثا قائم الزاوية وتره $AB = ١٠,٦$ من السنتيمترات وضلعه $AC = ٥,٦$ من السنتيمترات ثم قس مقدار الضلع الثالث BC واستخرج مقدار $\sqrt{2} - \sqrt{1}$ وقارن المقدارين
- ٧ ارسم مثلثا فيه $AB = ٣٤$ والضلع $BC = ٥,٥$ من السنتيمترات $AC = ٨,٥$ من السنتيمترات وبين أن للسألة حلين ثم قس كلا من مقداري A في المثلثين الحادئين ومقداري D وبين أن مقدارها في أحدهما يكمل مقدارها في الآخر
- ٨ في المثلث ABC الزاوية $A = ٥٠^\circ$ والضلع $BC = ٦,٥$ من السنتيمترات ويراد رسم مثلث فيه (أولا) $AB = ٧$ سنتيمترات و (ثانيا) $AC = ٦$ سنتيمترات و (ثالثا) $BC = ٥$ سنتيمترات و (رابعا) $AB = ٤$ سنتيمترات . بين بالرسم كل الحلول الممكنة في كل حالة
- ٩ طريقان متعامدان في A تقطعهما ترعة مستقيمة أحدهما في B والآخر في C حيث أقيمت في كل منهما قنطرة فاذا كانت المسافة بين القنطرتين $BC = ٤٦١$ مترا والمسافة بين ملتقى الطريقين A والقنطرة B هي ٢٦١ مترا فانه يطلب وضع رسم يمكن به معرفة طول المسافة من A الى C بالقياس

Figure 2: Copie de la page n° 89 du livre 1

المضلع	طول الضلع	طول العاقد
المربع	$2\sqrt{r}$	$\frac{2\sqrt{r}}{2}$
المسدس المنتظم	r	$\frac{3\sqrt{r}}{2}$
المثلث المتساوي الأضلاع	$3\sqrt{r}$	$\frac{r}{2}$

تمارين

حل المثلث ا ب ج القائم الزاوية في ا اذا علمت أن :

$$(161) \quad \hat{a} = 25^\circ, \quad \text{سم } 15 = \text{سم } b$$

$$(162) \quad \hat{a} = 54^\circ, \quad \text{سم } 18 = \text{سم } b$$

$$(163) \quad \hat{a} = 35^\circ, \quad \text{سم } 12 = \text{سم } b$$

$$(164) \quad \text{سم } 36 = \text{سم } a, \quad \text{سم } 15 = \text{سم } b$$

$$(165) \quad \text{سم } 75 = \text{سم } a, \quad \text{سم } 50 = \text{سم } b$$

$$(166) \quad \text{سم } 18 = \text{سم } a, \quad \text{سم } 24 = \text{سم } b$$

$$(167) \quad \text{سم } 18 = \text{سم } a, \quad \text{سم } 24 = \text{سم } b$$

ج د وتر عمودي على القطر ا ب ويقطعها في هـ :

I - اذا فرضنا أن : $\text{سم } 36 = \text{سم } a$ ، $\text{سم } 12, 5 = \text{سم } h$

فحسب و هـ ، ج هـ . ثم استنتج طولي ج د ، ا ج .

المضلع	طول الضلع	طول العاقد
المربع	$\sqrt{2}r$	$\frac{\sqrt{2}r}{2}$
المسدس المنتظم	r	$\frac{\sqrt{3}r}{2}$
المثلث المتساوي الأضلاع	$\sqrt{3}r$	$\frac{r}{2}$

تمارين

حل المثلث abc القائم الزاوية في a إذا علمت أن :

$$(I61) \quad \hat{a} = 15^\circ \text{ سم} , \hat{b} = 25^\circ$$

$$(I62) \quad \hat{a} = 18^\circ \text{ سم} , \hat{b} = 54^\circ$$

$$(I63) \quad \hat{b} = 12^\circ \text{ سم} , \hat{b} = 35^\circ$$

$$(I64) \quad \hat{a} = 36^\circ \text{ سم} , \hat{b} = 15^\circ \text{ سم}$$

$$(I65) \quad \hat{a} = 75^\circ \text{ مم} , \hat{b} = 50^\circ \text{ مم}$$

$$(I66) \quad \hat{b} = 18^\circ \text{ م} , \hat{b} = 24^\circ \text{ م}$$

$$(I67) \quad ab \text{ قطر في دائرة مركزها } O , \text{ وشماعها } R , \text{ ج د وتر}$$

عمودي على القطر ab ويقطعه في h :

I - إذا فرضنا أن : $R = 36^\circ \text{ سم} , ah = 12,5^\circ \text{ سم}$ فأحسب

OH ، h . ثم استنتج طول hd ، aj .

Figure 4: Copie de la page n° 140 du livre 2

الحسين البكاري وابراهيم الدسوقي محمد، سلسلة كتب الرياضيات، الهندسة لصف الشهادة الثانوية،
وزارة التربية الوطنية، دار السلمي، الدار البيضاء، 1962

مثال محلول (١١)

حل المعادلة ٢ جا $٢س - (٣\sqrt{٢} + ٢)$ جا $س + ٣\sqrt{٢} = ٠$ حيث $س \in [٠, ٢\pi]$

الحل

$$٢ \text{ جا } ٢س - (٣\sqrt{٢} + ٢) \text{ جا } س + ٣\sqrt{٢} = ٠$$

$$٠ = (٣\sqrt{٢} - ٢) \text{ جا } س + (٢ - ٣\sqrt{٢})$$

$$\underline{\text{جا } س - ١ = ٠ \text{ أي جا } س = ١} \iff \text{ص} = ٩٠^\circ$$

$$\text{أ، } ٢ \text{ جا } س - ٣\sqrt{٢} = ٠ \text{ أي جا } س = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} < ١$$

س تقع في الربع الأول أو الثاني

بفرض أن $٢س = \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} = \left| \frac{٣\sqrt{٢}}{٢} \right|$ حيث $٢س$ في الربع الأول

$$\underline{\text{ص} = ٦٠^\circ = ٢س = ١٢٠^\circ} \text{ (في الربع الأول)}$$

$$\text{أ، } ٢س = ١٨٠^\circ - ١٢٠^\circ = ٦٠^\circ \text{ } \underline{\text{ص} = ١٨٠^\circ - ١٢٠^\circ = ٦٠^\circ} \text{ مجموع الحل } = \{٩٠^\circ, ١٢٠^\circ, ١٨٠^\circ, ٢٤٠^\circ\}$$

مثال محلول (١٢)

حل المعادلة $٣\sqrt{٢}$ ظا $٢س - ٢$ ظا $س - ٣\sqrt{٢} = ٠$ حيث $س \in [٠, ٢\pi]$

الحل

$$٣\sqrt{٢} \text{ ظا } ٢س - ٢ \text{ ظا } س - ٣\sqrt{٢} = ٠$$

$$٠ = (٣\sqrt{٢} - ٢) \text{ ظا } س + (٢ - ٣\sqrt{٢})$$

$$\underline{\text{ظا } س = ١ + ٣\sqrt{٢}}$$

أي $\text{ظا } س = \frac{١}{٣\sqrt{٢}} > ١$ س تقع في الربع الثاني أو الرابع

بفرض أن $٢س = \frac{١}{٣\sqrt{٢}} = \left| \frac{١}{٣\sqrt{٢}} \right|$ حيث $٢س$ في الربع الأول $\underline{\text{ص} = ٣٠^\circ}$

$$\underline{\text{ص} = ١٨٠^\circ - ٣٠^\circ = ١٥٠^\circ} \text{ (في الربع الثاني)}$$

$$\text{أ، } \underline{\text{ص} = ٣٦٠^\circ - ٣٠^\circ = ٣٣٠^\circ} \text{ (في الربع الرابع)}$$

$$\text{أ، } \underline{\text{ظا } س = ٣\sqrt{٢} = ١ + ٣\sqrt{٢}} \text{ أي ظا } س < ٣\sqrt{٢}$$

س تقع في الربع الأول أو الثالث

وبفرض أن $٢س = \frac{١}{٣\sqrt{٢}} = \left| \frac{١}{٣\sqrt{٢}} \right|$ حيث $٢س$ في الربع الأول

$$\underline{\text{ص} = ٦٠^\circ = ٢س = ١٢٠^\circ} \text{ (في الربع الأول)}$$

Figure 5: Composition avec **RyDarab** de la page n° 60 du livre 3

عزيز إسحاق سرجسيوس وحسن جاويش، المعاصر، في الجبر وحساب المثلثات والهندسة،

للفصل الأول الثانوي، دار قباء، القاهرة، ٢٠٠٠

المحل

مثال محلول (۱۲)

الحل

عزیز إسحاق سرجسیوس وحسن جاویش، المعاصر، في الجبر وحساب المثلثات والهندسة،
للفص الاول الثانوی، دار قباء، القاهرة، ۲۰۰۰