

The Knights and Knaves Problem.

$$(\neg(b \vee p))$$

$$((b \wedge t) \leftrightarrow r)$$

$$((\neg r) \rightarrow (\neg a))$$

Therefore, $(\neg a)$

| | | | |
|---------|-----|--|--------------------------|
| Proof : | 1. | $(\neg(b \vee p))$ | premise |
| | 2. | $((\neg b) \wedge (\neg p))$ | De Morgan: 1. |
| | 3. | $(\neg b)$ | $\wedge e$: 2. |
| | 4. | $((b \wedge t) \leftrightarrow r)$ | premise |
| | 5. | $(r \rightarrow (b \wedge t)) \wedge ((b \wedge t) \rightarrow r)$ | equivalence: 4. |
| | 6. | $(r \rightarrow (b \wedge t))$ | $\wedge e$: 5 |
| | 7. | $((\neg b) \vee (\neg t))$ | $\vee i$: 3 |
| | 8. | $(\neg(b \wedge t))$ | De Morgan: 7. |
| | 9. | $(\neg r)$ | MT: 6, 8. |
| | 10. | $((\neg r) \rightarrow (\neg a))$ | premise. |
| | 11. | $(\neg a)$ | $\rightarrow e$: 9, 10. |